

П.З. Луговий¹, В.М. Сіренко², Ю.В. Скосаренко¹, Т.Я. Батутіна²

¹ Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка Національної академії наук України, Київ

² Державне підприємство «КБ «Південне»», Дніпропетровськ

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ЦИЛІНДРИЧНОГО АДАПТЕРА ПІД ДІЄЮ ЛОКАЛЬНОГО ІМПУЛЬСНОГО НАВАНТАЖЕННЯ



Розроблена методика та обчислювальна програма для визначення переміщень і прискорень точок серединної поверхні циліндричної оболонки — адаптера — під дією локальних короткочасних навантажень. На тестовому прикладі проведені дослідження впливу локального навантаження на параметри коливань і деформування оболонки. Показано, що при локальних і короткочасних навантаженнях спостерігається локалізація максимальних переміщень і прискорень в місцях прикладення зовнішніх сил.

Розроблена методика може бути використана для попередніх обрахунків параметрів коливань і деформування елементів конструкцій у вигляді гладких циліндричних оболонок під дією локальних динамічних навантажень великої інтенсивності.

Ключові слова: циліндрична оболонка, адаптер, локальне імпульсне навантаження, розподіл прискорень.

Розділення ступенів ракет носіїв і космічного обладнання за допомогою пірозамків і подовжених кумулятивних зарядів, які розташовані у відповідних адаптерах, супроводжуються локальними імпульсними навантаженнями великої інтенсивності, що може призвести до аварій. З практики відомо, що в елементах, які розділяються, зони пластичних деформацій співставні з товщиною розділених елементів, а інші частини відповідальних елементів обладнання працюють у пружній зоні. Це дає підставу використати теорію пружних оболонок для оцінки експлуатаційного стану цих елементів. Для цього необхідно визначити розподіл напружень і характер коливальних процесів, які виникають в адаптерах циліндричної форми під дією на них локальних імпульсних навантажень великої інтенсивності, сформулювати відповідні крайові задачі, створити або удосконалити ві-

домі методи та програмні засоби, виконати розрахунки з оцінкою деформованого стану і прискорень та обґрунтувати достовірність отриманих результатів.

У роботах [1, 2] розроблено методи розв'язання крайових задач коливань і напружено-деформованого стану гладких і ребристих оболонок на пружній основі при нестационарних навантаженнях з використанням методів чисельного інтегрування і скінченних різниць. У роботах [3, 4] запропоновано програмні засоби, що дозволяють визначати характер коливальних процесів і напружено-деформований стан неоднорідних оболонок обертання при розподілених імпульсних навантаженнях. Однак для оцінки коливальних процесів і механічних ефектів під дією пірозамків на адаптери вони не зовсім придатні, оскільки існуючі версії цих програмних засобів не розраховані на чисельне дослідження дії локальних імпульсних навантажень на вказані елементи.

Оскільки циліндричні адаптери при розділенні ступенів ракет і космічного обладнання зазнають значних локальних імпульсних навантажень, то необхідно визначити механічний вплив розділених частин на дієздатність відділеної космічної апаратури. З огляду на це проведемо математичне моделювання динаміки циліндричної оболонки, яка виконує роль адаптера, під дією на неї локальних імпульсів великої інтенсивності, які генеруються вибухами пірозамків. В зв'язку з цим при виконанні даної роботи були вдосконалені наявні методики розв'язання задач динаміки для оболонок обертання та відповідні програмні засоби з метою їх застосування до розрахунку адаптерів.

Об'єктом дослідження слугував адаптер циліндричної форми, розміри якого, властивості його матеріалу та умови локальних імпульсних навантажень були надані ДП «КБ "Південне"». Постає необхідність сформулювати відповідну задачу динаміки адаптера і на основі результатів її розв'язання зробити висновок про рівень переміщень та прискорень і можливість виникнення аварійних ситуацій.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ. ОСНОВНІ РІВНЯННЯ

Розглянемо задачу про визначення деформованого стану замкнутої циліндричної оболонки (адаптера), яка знаходиться під дією розподілених по її поверхні локальних короткочасних навантажень. На торцях оболонки задані граничні умови шарнірного спірання.

В основу розв'язку задачі покладена класична теорія оболонок [5] і енергетичний метод. Раніше даний підхід докладно викладений і використаний для розв'язку задач динаміки оболонки під дією осесиметричного, рівномірно розподіленого по її довжині короткочасного навантаження [4]. Отримане в цій роботі варіаційне рівняння руху може бути використано також для випадку дії локальних навантажень. Для оболонки без підкріплень варіаційне рівняння має такий вигляд:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^{2\pi} \int_0^{L/r} \left[\left(\frac{Eh}{1-\mu^2} L_{\delta u} - r^2 q_1 \right) \delta u + \left(\frac{Eh}{1-\mu^2} L_{\delta v} - r^2 q_2 \right) \times \right. \\ \left. \times \delta v + \left(\frac{Eh}{1-\mu^2} L_{\delta w} - r^2 q_3 \right) \delta w \right] d\zeta d\theta dt = 0, \quad (1)$$

де

$$L_{\delta u} = \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \zeta \partial \theta} - \mu \frac{\partial w}{\partial \zeta} - \sigma_0 \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2};$$

$$L_{\delta v} = \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta \partial \theta} + (1+a^2) \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{1-\mu}{2} (1+4a^2) \frac{\partial^2 v}{\partial \zeta^2} - \\ - \frac{\partial w}{\partial \theta} + a^2 \left[(2-\mu) \frac{\partial^3 w}{\partial \zeta^2 \partial \theta} + \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^3} \right] - \sigma_0 \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2};$$

$$L_{\delta w} = \mu \frac{\partial u}{\partial \zeta} + \frac{\partial v}{\partial \theta} - a^2 \left[(2-\mu) \frac{\partial^3 v}{\partial \zeta^2 \partial \theta} + \frac{\partial^3 v}{\partial \theta^3} \right] - w - \\ - a^2 \left(\frac{\partial^4 w}{\partial \zeta^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial \zeta^2 \partial \theta^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} \right) - \sigma_0 \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2}.$$

Тут E, ρ_0, μ – модуль пружності, густина і коефіцієнт Пуассона матеріалу оболонки; u, v, w – поздовжнє, колове і нормальне переміщення серединної поверхні обшивки; $x = r\zeta, y = r\theta, z = r\zeta$ – поздовжня, колова і нормальна координати; $\tau = t/T$ – безрозмірний час; $T = t_2 - t_1$ – деякий проміжок часу; t_1, t_2 – фіксовані моменти часу; h, r, L – товщина обшивки, радіус серединної поверхні оболонки і її довжина відповідно; $a^2 = h^2 / (12r^2)$; $\sigma_0 = \frac{(1-\mu^2)\rho_0 r^2}{ET^2}$;

$q_1 = q_{01} \cdot \bar{q}_1(\zeta, \theta) \cdot \bar{q}_{1t}(\tau)$; $q_2 = q_{02} \cdot \bar{q}_2(\zeta, \theta) \cdot \bar{q}_{2t}(\tau)$; $q_3 = q_{03} \cdot \bar{q}_3(\zeta, \theta) \cdot \bar{q}_{3t}(\tau)$; q_{01}, q_{02}, q_{03} – максимальні значення компонент зовнішнього навантаження; $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_3$ – безрозмірні функції, які змальовують зміну зовнішнього навантаження залежно від просторових координат; $\bar{q}_{1t}, \bar{q}_{2t}, \bar{q}_{3t}$ – також безрозмірні функції, що відображають зміну навантаження залежно від часу.

Просторові функції в цьому випадку задаються у вигляді одиничних сходинок: $\bar{q}_i = 1$, якщо $\zeta_{1i} \leq \zeta \leq \zeta_{2i}, \theta_{1i} \leq \theta \leq \theta_{2i}$ і дорівнює нулю $\bar{q}_i = 0$, в інших точках поверхні. $\zeta_{1i}, \zeta_{2i}, \theta_{1i}, \theta_{2i}$ – координати i -ого локального навантаження. Зі зміною часу навантаження змінюються таким чином:

$\bar{q}_{ci}(\tau) = \alpha_{1i} + \alpha_{2i} \tau$ при $\tau_{1i} \leq \tau \leq \tau_{2i}$; $\bar{q}_{ci}(\tau) = 0$ — в інші моменти часу; α_{1i}, α_{2i} — безрозмірні коефіцієнти.

Для розв'язку рівнянь (1) використовуємо метод розкладення рішення по формах власних коливань.

МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ

Переміщення точок серединної поверхні оболонки апроксимуємо подвійними тригонометричними рядами по просторових координатах:

$$\begin{aligned} u &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N (u_{1mn}^1(\tau) \cos n\theta + u_{1mn}^2(\tau) \sin n\theta) \cos d_m \zeta; \\ v &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N (u_{2mn}^1(\tau) \sin n\theta + u_{2mn}^2(\tau) \cos n\theta) \sin d_m \zeta; \\ w &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N (u_{3mn}^1(\tau) \cos n\theta + u_{3mn}^2(\tau) \sin n\theta) \sin d_m \zeta, \quad (2) \end{aligned}$$

де $u_{1mn}^1(\tau), u_{2mn}^1(\tau), u_{3mn}^1(\tau)$ — функції часу, що розшуковуються; $d_m = m\pi r/L$.

Підставивши (2) в (1) та виконавши диференціювання і інтегрування по координатах ζ, θ на підставі незалежності і довільності варіацій переміщень, отримуємо такі системи звичайних неоднорідних диференціальних рівнянь:

$$\mathbf{M}^1 \frac{\partial^2 \mathbf{u}^1}{\partial \tau^2} + \mathbf{S}^1 \mathbf{u}^1 = \mathbf{Q}^1, \quad \mathbf{M}^2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}^2}{\partial \tau^2} + \mathbf{S}^2 \mathbf{u}^2 = \mathbf{Q}^2. \quad (3)$$

Тут $\mathbf{M}^1, \mathbf{M}^2, \mathbf{S}^1, \mathbf{S}^2$ — матриці мас і жорсткості, елементи яких залежать від параметрів оболонки і параметрів хвилеутворення m, n . Верхні індекси 1, 2 вказують на те, що при формуванні матриць мас і жорсткості використані, відповідно, перші (індекс 1) та другі (індекс 2) доданки у виразах (2); $\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2$ — вектори-стовпці з функцій часу $u_{1mn}^1, u_{2mn}^1, u_{3mn}^1$ і $u_{1mn}^2, u_{2mn}^2, u_{3mn}^2$, відповідно; $\mathbf{Q}^1, \mathbf{Q}^2$ — вектори-стовпці, отримані після інтегрування по просторових координатах зовнішніх навантажень.

Щоб використати для розв'язку задачі метод розкладення рішення по формах власних коливань [6], на першому етапі розглядаємо задачу на власні значення. Знаходимо діагональні матриці $\mathbf{P}^1, \mathbf{P}^2$, елементами яких є квадрати власних значень $(p_k^1)^2, (p_k^2)^2$, та матриці форм влас-

них коливань $\mathbf{A}^1, \mathbf{A}^2$, елементами яких є довільні сталі власних форм $a_{k,p}^1, a_{k,l}^2$.

Далі перетворюємо рівняння (3), приводячи їх до головних координат та нормуючи матриці форм власних коливань по відношенню до матриці мас. У цьому випадку матриці мас в головних координатах являють собою одиничні матриці, матриці жорсткості — діагональні матриці, елементами яких є квадрати власних значень $(p_k^1)^2, (p_k^2)^2$ відповідно. У правій частині будуть стояти елементи векторів $\mathbf{Q}_g^1 = (\bar{\mathbf{A}}^1)^T \mathbf{Q}^1, \mathbf{Q}_g^2 = (\bar{\mathbf{A}}^2)^T \mathbf{Q}^2$.

У результаті замість систем (3) отримуємо ряд незалежних одне від одного рівнянь у вигляді

$$\begin{aligned} \dot{u}_{g,i}^1(t) + (p_i^1)^2 u_{g,i}^1(t) &= q_{g,i}^1(t); \\ \dot{u}_{g,i}^2(t) + (p_i^2)^2 u_{g,i}^2(t) &= q_{g,i}^2(t), \quad (4) \end{aligned}$$

кількість яких дорівнює кількості членів, що утримуються в рядах (2).

Якщо приблизно врахувати розсіювання енергії при коливаннях оболонки, як у роботі [6], то замість (4) отримуємо рівняння у вигляді

$$\begin{aligned} \ddot{u}_{g,i}^1(t) + 2c_{g,i}^1 \dot{u}_{g,i}^1(t) + (p_i^1)^2 u_{g,i}^1(t) &= q_{g,i}^1(t); \\ \ddot{u}_{g,i}^2(t) + 2c_{g,i}^2 \dot{u}_{g,i}^2(t) + (p_i^2)^2 u_{g,i}^2(t) &= q_{g,i}^2(t), \quad (5) \end{aligned}$$

де $c_{g,i}^1 = \gamma_i p_i^1, c_{g,i}^2 = \gamma_i p_i^2$ — сталі демпфування по i -й формі власних коливань, γ_i — відповідний коефіцієнт демпфування.

Отримавши рішення рівнянь (4), (5), виконуємо зворотний перехід до вихідної системи функцій, які розшуковуються за допомогою виразів $\mathbf{u}^1 = \bar{\mathbf{A}}^1 \mathbf{u}_g^1, \mathbf{u}^2 = \bar{\mathbf{A}}^2 \mathbf{u}_g^2$.

Вкажемо, що для розв'язку задачі динаміки гладкої, шарнірно спертої циліндричної оболонки немає великої необхідності використовувати метод розкладення рішення по формах власних коливань, бо члени рядів (2) для такої оболонки і є формами власних коливань. У даній роботі проведена апробація методики для випадку дії імпульсних локальних навантажень з метою її подальшого використання для розрахунку динаміки оболонок з різними ускладненнями типу ребер жорсткості, приєднаних мас,

пружної основи і т. ін. Приймаємо, що до початку дії зовнішнього навантаження оболонка знаходиться у стані спокою.

Розв'язок рівнянь (5) знаходимо за допомогою інтеграла Дюамеля [6]. При нульових початкових умовах для кожної i -ої форми коливань маємо (верхні індекси не вказані):

$$u_g(t) = \frac{q_g}{p^2} \left\langle \alpha_1 + \alpha_2 \left(\tau - \frac{2\gamma}{p} \right) - e^{-\gamma p(\tau - \tau_1)} \left\{ \left[\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \left(\beta_1 \tau_1 + \frac{\beta_2}{p} \right) \right] \sin p_d (\tau - \tau_1) + \left[\alpha_1 + \alpha_2 \left(\tau_1 - \frac{2\gamma}{p} \right) \right] \times \cos p_d (\tau - \tau_1) \right\} \right\rangle, \quad \text{при } \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2$$

$$u_g(\tau) = \frac{q_g}{p^2} \left\langle -e^{-\gamma p(\tau - \tau_1)} \left\{ \left[\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \left(\beta_1 \tau_1 + \frac{\beta_2}{p} \right) \right] \times \sin p_d (\tau - \tau_1) + \left[\alpha_1 + \alpha_2 \left(\tau_1 - \frac{2\gamma}{p} \right) \right] \cos p_d (\tau - \tau_1) \right\} + e^{-\gamma p(\tau - \tau_2)} \left\{ \left[\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \left(\beta_1 \tau_2 + \frac{\beta_2}{p} \right) \right] \sin p_d (\tau - \tau_2) + \left[\alpha_1 + \alpha_2 \left(\tau_2 - \frac{2\gamma}{p} \right) \right] \cos p_d (\tau - \tau_2) \right\} \right\rangle, \quad \text{при } \tau > \tau_2 \quad (6)$$

$$\text{де } p_d = p\sqrt{1-\gamma^2}, \beta_1 = \frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}, \beta_2 = \frac{1-2\gamma^2}{\sqrt{1-\gamma^2}}.$$

Зауважимо: якщо в (6) покласти $\gamma = 0$, отримаємо розв'язок рівнянь (4). Загальний множник у виразах (6), а саме $\frac{q_g}{p^2}$, є розв'язком статичної задачі.

Для знаходження прискорень точок серединної поверхні оболонки візьмемо другу похідну від виразів (6) по змінній τ і отримаємо:

$$\ddot{u}_g(\tau) = q_g e^{-\gamma p(\tau - \tau_1)} [c_3 \sin p_d(\tau - \tau_1) + c_4 \cos p_d(\tau - \tau_1)] \quad \text{при } \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2;$$

$$\ddot{u}_g(\tau) = q_g \{ e^{-\gamma p(\tau - \tau_1)} [c_3 \sin p_d(\tau - \tau_1) + c_4 \cos p_d(\tau - \tau_1)] - e^{-\gamma p(\tau - \tau_2)} [d_3 \sin p_d(\tau - \tau_2) + d_4 \cos p_d(\tau - \tau_2)] \} \quad \text{при } \tau > \tau_2;$$

$$\text{де } c_3 = (1-2\gamma^2) b_1 - 2\gamma \sqrt{1-\gamma^2} b_2; c_4 = (1-2\gamma^2) b_2 - 2\gamma \sqrt{1-\gamma^2} b_1; d_3 = (1-2\gamma^2) b_3 - 2\gamma \sqrt{1-\gamma^2} b_4; d_4 = (1-2\gamma^2) b_4 + 2\gamma \sqrt{1-\gamma^2} b_3; b_1 = \left[\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \left(\beta_1 \tau_1 + \frac{\beta_2}{p} \right) \right]; b_2 = \left[\alpha_1 + \alpha_2 \left(\tau_1 - \frac{2\gamma}{p} \right) \right]; b_3 = \left[\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \left(\beta_1 \tau_2 + \frac{\beta_2}{p} \right) \right]; b_4 = \left[\alpha_1 + \alpha_2 \left(\tau_2 - \frac{2\gamma}{p} \right) \right].$$

ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ДЕФОРМІВНОГО СТАНУ І КОЛИВАНЬ ОБОЛОНКИ (АДАПТЕРА) ПІД ДІЄЮ ЛОКАЛЬНИХ КОРОТКОЧАСНИХ СИЛ

Для гладкої циліндричної оболонки (адаптера) з параметрами $\rho = 2,65 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; $E = 0,7 \times 10^{11} \text{ н/м}^2$; $\mu = 0,3$; $r = 0,185 \text{ м}$; $L = 0,27 \text{ м}$; $h = 0,0045 \text{ м}$ виконані розрахунки прогинів w та прискорень \ddot{w} точок серединної поверхні оболонки під дією таких навантажень: на проміжку часу від нуля до $0,007 \text{ с}$ на оболонку діють дві нормальні до серединної поверхні сили, розподілені на прямокутних площадках розміром $a \times a = 0,034 \text{ м} \times 0,034 \text{ м}$, центри яких мають координати $\xi_1 = \xi_3 = 0,2$; $\theta_1 = \pi/5$ (точка 1) і $\theta_3 = 19\pi/15$ (точка 3). На вказаному проміжку часу $0 \leq t < 0,007$ навантаження постійне в часі: $q_1 = q_2 = q_{\max}$ і дорівнює нулю: $q_1 = q_2 = 0$ при $t \geq 0,007$. У моменти часу $0,7 \leq t < 0,707$ до оболонки прикладається ще дві таких же по величині і напрямку сили, але в точках з координатами $\xi_2 = \xi_4 = 0,2$; $\theta_2 = 11\pi/15$ (точка 2) і $\theta_4 = 9\pi/5$ (точка 4).

Розрахунки виконані при утриманні в рядах (2) членів до $M = 30$, $N = 40$, при яких досягається практична збіжність результатів. При збільшенні їх кількості числові значення уточнюються, але характер кривих не змінюється.

Оскільки для визначення параметрів деформованого стану оболонки використовується метод розкладення рішення по формах власних коливань, то в таблиці наведемо результати розрахунку ряду нижчих частот власних коливань.

З таблиці видно, що мінімальна частота має місце при $m = 1$, $n = 5$ і дорівнює 1132 Гц . Їй відповідає максимальний період власних коливань $t_{\max} \approx 0,00088 \text{ с}$, що значно менше часу дії заданих навантажень і, тим більше, часу, що минає між прикладенням першої і другої групи сил. Цей факт дає підстави стверджувати про відсутність резонансних ефектів при навантаженні оболонки заданими силами.

На рис. 1 наведено залежності від часу безрозмірного прогину в точці прикладення си-

ли 1 (суцільна лінія) та в точці з координатами $\theta = \pi/5$; $\xi = 0,5$ (пунктирна лінія). Розрахунки проведені на інтервалі часу $t = 0 \div 0,01$ с через 0,0001 с.

З рис.1 видно, що переміщення оболонки досягають найбільших значень під час дії навантаження. Після припинення дії зовнішніх сил точки серединної поверхні оболонки коливаються навколо положення рівноваги в не-навантаженому стані. Максимальне відхилення в точці 1 під час дії сил перевищує максимальне відхилення точки після припинення дії сил трохи більше, ніж в 3 рази.

На рис. 2 наведена форма деформування оболонки в момент часу $t = 0,0048$ с в перерізі $\theta = \pi/5$ (рис. 2, а) та в перерізі $\xi = 0,2$ (рис. 2, б). Для отримання розмірних значень прогину оболонки можна скористатися формулою $w = \frac{q_{\max} (1-\nu^2)r^2}{Eh} \bar{w}$. Так при імпульсі сили величиною 2,18 н·с на оболонку діє розподілене на заданих пощадках навантаження $q_{\max} = 2,694 \cdot 10^5$ н/с, і максимальне відхилення поверхні оболонки від положення рівноваги становить $\sim 0,37 \cdot 10^{-4}$ м.

На рис. 3 наведені результати обчислення прискорень точок серединної поверхні оболонки також на інтервалі часу $t = 0 \div 0,01$ с через 0,0001 с. Як і для прогину, крива на рис.3, а описує прискорення в точці 1, а на рис. 3, б – в точці з координатами $\theta = \pi/5$; $\xi = 0,5$.

Наведені результати показують, що максимальні прискорення виникають в точках прикладення зовнішніх сил в моменти початку і кінця їхньої дії. В інші моменти часу рівень максимальних прискорень майже на порядок

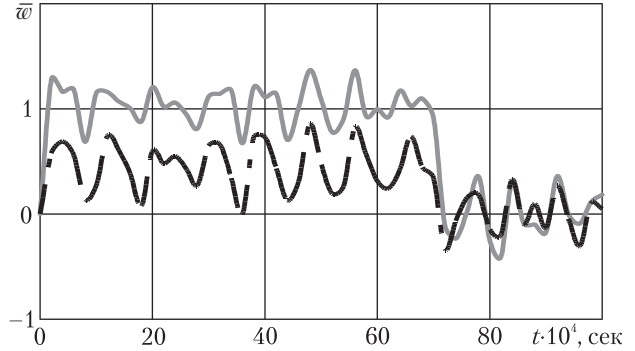


Рис. 1. Залежність прогинів точок оболонки від часу

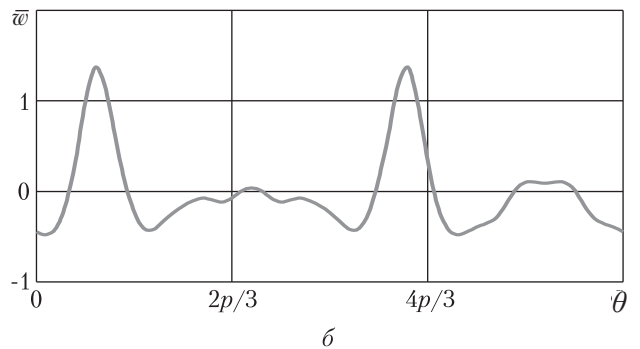
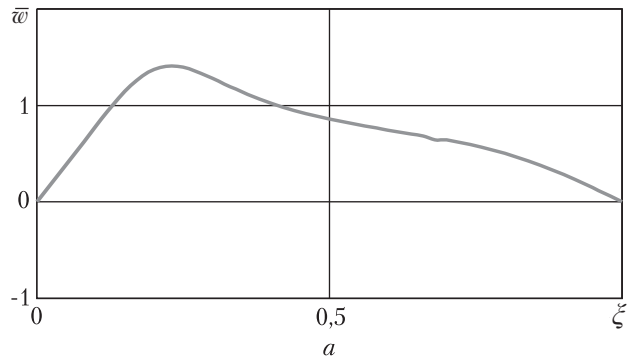


Рис. 2. Криві прогину оболонки в перерізах $\theta = \pi/5$ (а) та $\xi = 0,5$ (б)

Частоти власних коливань оболонки, Гц

m	n						
	2	3	4	5	6	7	8
1	2204	1477	1139	1132	1361	1733	2201
2	3641	3034	2559	2294	2265	2451	2804
3	4274	3955	3659	3462	3411	3525	3796

менше вказаних. Обрахуємо розмірні значення прискорень за формулою $\dot{w} = \frac{q_{\max} (1-\nu^2)r^2}{Eh T^2} \ddot{\bar{w}}$. Після обчислень отримали, що, наприклад, в момент часу $t = 0$ абсолютне значення прискорення точки 1 дорівнює $\dot{w} = 2241G$, в момент

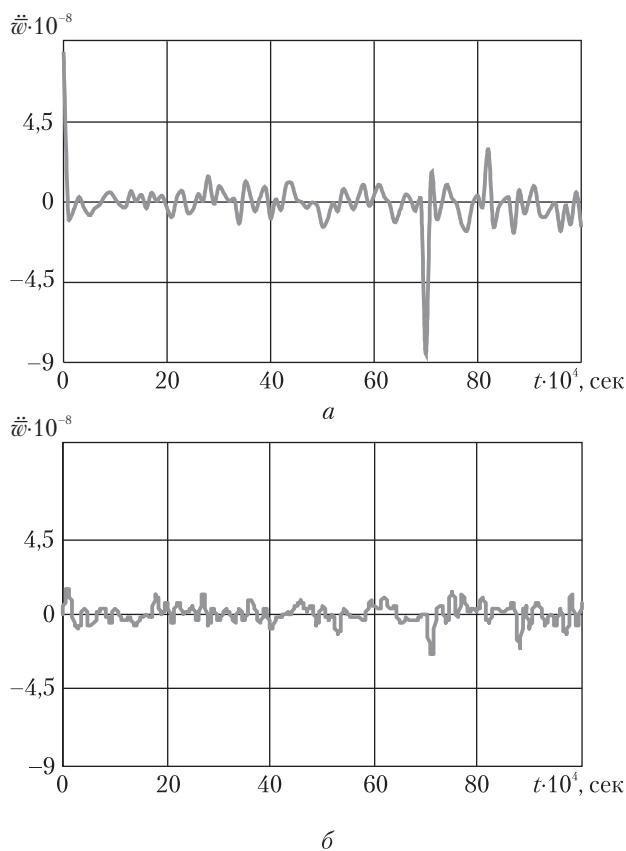


Рис. 3. Залежності прискорень точок оболонки від часу

часу $t = 0,007$ с — $\dot{w} = 2277G$, в момент часу $t = 0,0082$ с — $\dot{w} = 788G$, а прискорення в точці з координатами $\theta = \pi/5$; $\zeta = 0,5$ в момент часу $t = 0,001$ с дорівнює $\dot{w} = 396G$, в момент часу $t = 0,0071$ с — $\dot{w} = 653G$. Відзначимо, що обраховані величини прискорень (за винятком тих, що мають місце в точці 1 при $t = 0$ та при $t = 0,007$ с) близькі до експериментальних даних, які вимірювалися в моменти часу після закінчення дії навантажень.

На рис. 4 зображено розподілення прискорень по поверхні оболонки в момент часу $t = 0$ в перерізі $\zeta = 0,2$ (рис. 4, а), та в момент $t = 0,007$ с в перерізах $\theta = \pi/5$ (рис. 4, б) і $\zeta = 0,2$ (рис. 4, в). Як видно із графіків, максимальні прискорення точок серединної поверхні оболонки в моменти початку і закінчення дії зовнішнього навантаження локалізовані в місцях прикладення сил.

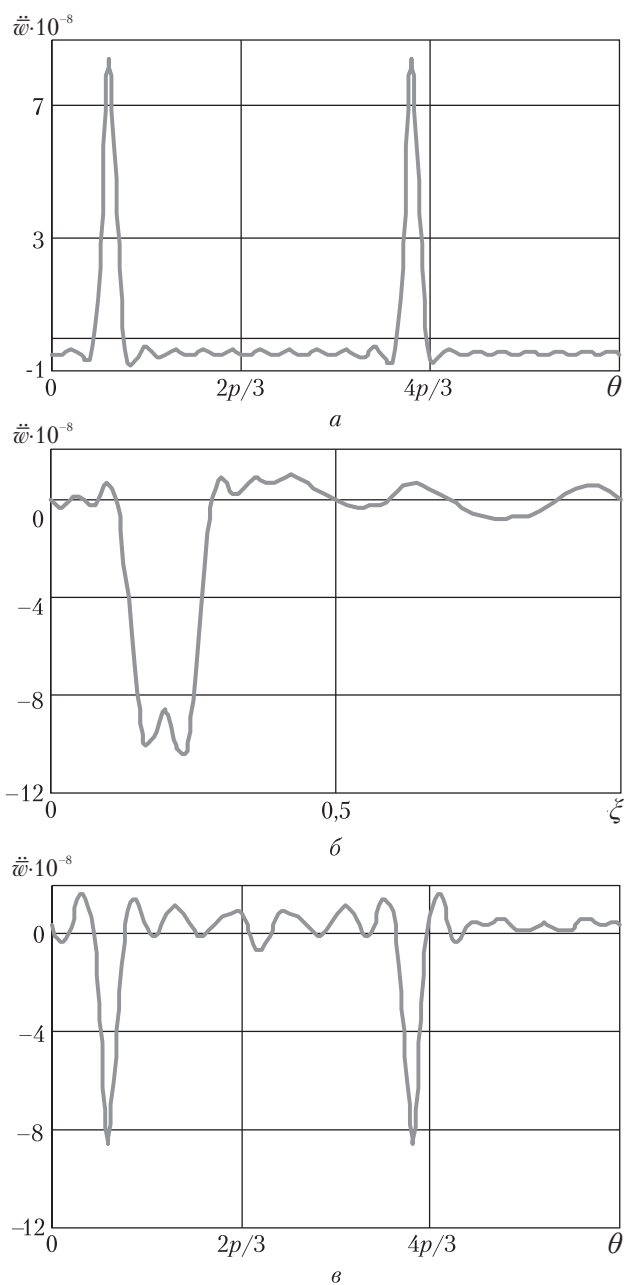


Рис. 4. Розподілення прискорень по поверхні оболонки в початковий та кінцевий моменти дії навантаження

У інші моменти часу пікові значення прискорень точок серединної поверхні оболонки виникають у різних її точках, що демонструють графіки, наведені на рис. 5, а ($\zeta = 0,2$) та рис. 5, б ($\zeta = 0,5$), обчислені при $t = 0,0082$ с.

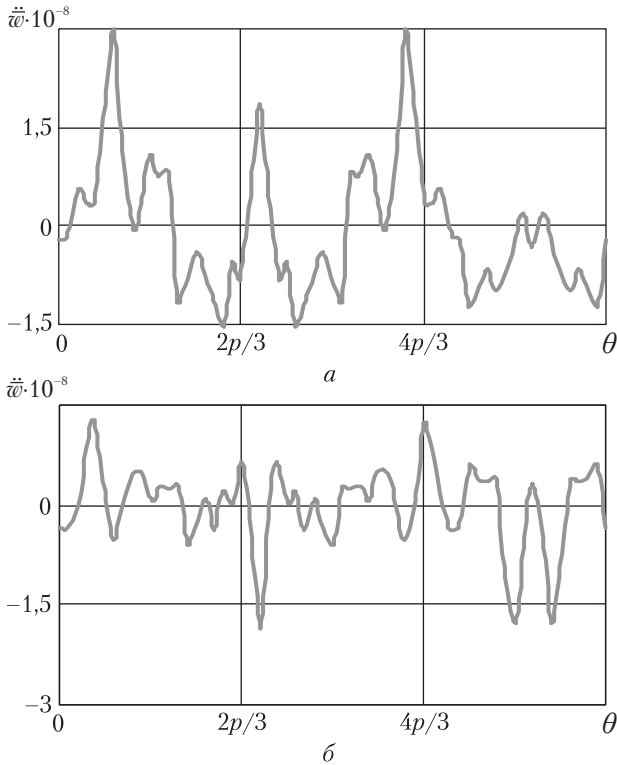


Рис. 5. Розподілення прискорень по поверхні оболонки після припинення дії сил

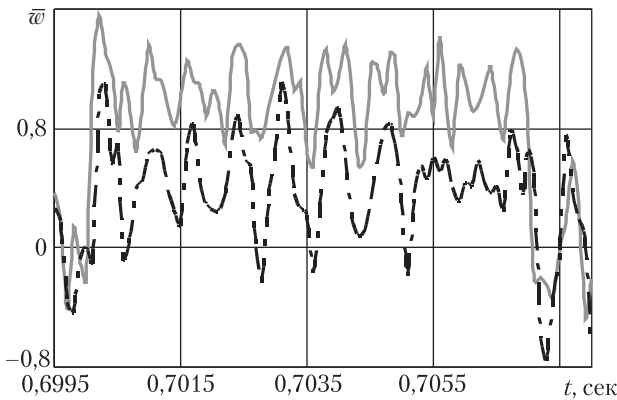


Рис. 6. Залежність прогинів точок оболонки від часу під дією другої пари сил

Далі розглядається проміжок часу, коли вступають в дію сили, прикладені в точках оболонки 2 і 4 при $0,7 \leq t < 0,707$. На рис. 6 наведені графіки, що описують зміну прогину оболонки в залежності від часу. Суцільна кри-

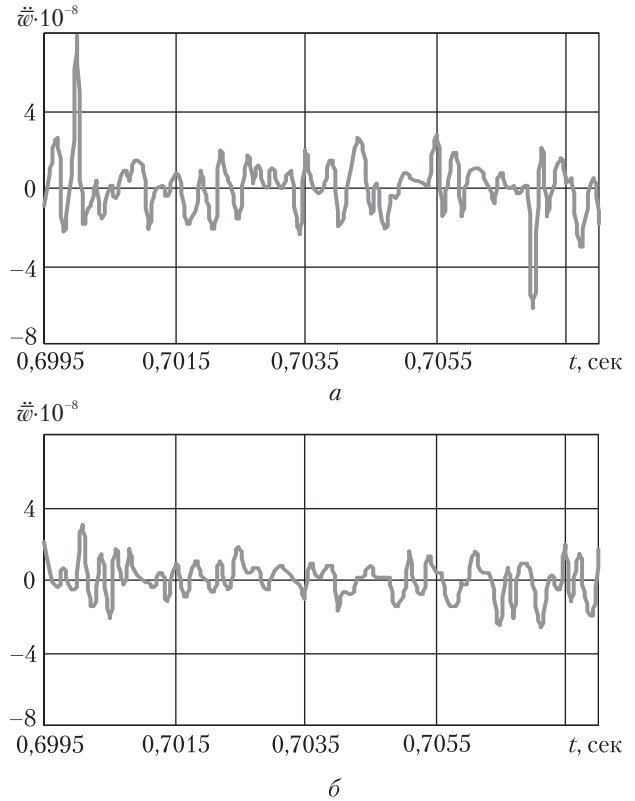


Рис. 7. Залежності прискорень точок оболонки від часу під дією другої пари сил

ва на рис. 6 показує залежність від часу безрозмірного прогину в точці прикладення сили 2 ($\theta = 11\pi/15$; $\zeta = 0,2$), пунктирна крива — в точці з координатами $\theta = 11\pi/15$; $\zeta = 0,5$. Як і під дією першої пари сил, коливання оболонки при $0,7 \leq t < 0,707$ відбувається навколо відхиленого положення рівноваги, що виникло в результаті дії вказаних сил. Максимальне розмірне значення прогину (при вказаному вище імпульсі сили $2,18 \text{ н} \cdot \text{с}$) становить $\sim 0,41 \cdot 10^{-4} \text{ м}$. Це значення трохи більше, ніж під дією першої пари сил, що обумовлене накладенням коливань від дії всіх сил. Зауважимо, що максимальні розмірні значення прогину оболонки становлять не більше одного відсотку від її товщини, що говорить про пружне деформування оболонки.

На рис. 7 наведені криві, що відображають залежність прискорень від часу також на інтер-

валі $0,6995 \leq t < 0,708$, де діє друга пара сил. Як і на початку часового інтервалу під дією першої пари сил, тут максимальні значення прискорень виникають в точці прикладення сили в моменти початку її дії та в кінці. Максимальні абсолютні розмірні значення прискорень дорівнюють $\ddot{w} = 2097G$ при $t = 0,7$ с, і $\ddot{w} = 1657G$ при $t = 0,707$ с.

ВИСНОВКИ

З метою моделювання динаміки елементів конструкцій у вигляді циліндричних оболонок запропонована розрахункова схема і розроблена методика та обчислювальна програма для визначення переміщень і прискорень точок серединної поверхні циліндричної оболонки-адаптера, шарнірно опертого на торцях під дією локальних короточасних навантажень. На тестовому прикладі проведені дослідження впливу локального навантаження на параметри коливальних і деформування оболонок-адаптера. Отримано, що при локальних у просторі і короточасних у часі навантажень спостерігається локалізація переміщень і прискорень у місцях прикладення навантажень. Порівняння з експериментальними даними, наданими ДП КБ «Південне», вказує на те, що для даного адаптера і характеру механічної дії пірозамків виключена можливість виникнення великих деформацій і резонансних явищ, які можуть призвести до аварійних ситуацій. Водночас, оскільки розрахункові максимальні значення прискорень перевищують експериментальні значення в два—три рази, це треба враховувати при проектуванні конструкцій кріплення приладів.

Розроблена методика може бути використана для попередніх обрахунків параметрів коливальних і деформування елементів конструкцій у вигляді циліндричних оболонок-адаптерів, які зазнають локальних динамічних навантажень великої інтенсивності в процесі експлуатації.

ЛІТЕРАТУРА

1. Луговой П.З., Мейш В.Ф., Штанцель Э.А. Нестационарная динамика неоднородных оболочечных конструкций. — К.: Издательско-полиграфический центр «Киевский университет», 2005. — 536 с.
2. Головки К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках. Под ред. акад. НАН Украины А.Н. Гузя. — К.: Издательско-полиграфический центр «Киевский университет», 2012. — 541 с.
3. Луговой П.З., Мейш В.Ф., Мейш Ю.А. Решение задач динамического поведения подкрепленных цилиндрических оболочек (конструктивно-ортотропная модель) при нестационарных нагрузках // Проблемы обчислювальної механіки і міцності конструкцій. Збірник наукових праць. — Дніпропетровськ: Ліра, 2014. — Вип. 23. — С. 115—123.
4. Скосаренко Ю.В. Напряженно-деформированное состояние ребристой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с упругим основанием, при кратковременных нагрузках // Прикл. механика. — 2015. — Т. 51, № 1. — С. 112—122.
5. Аморо И.Я., Заруцкий В.А. Методы расчета оболочек: в 5-ти т. — Т.2: Теория ребристых оболочек. — К.: Наук.думка, 1980. — 368 с.
6. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. — М.: Машиностроение, 1985. — 472 с.

REFERENCES

1. Lugovoi P.Z., Meish V.F. and Shtantzel'E.A. *Non-stationary dynamics of heterogeneous shell constructions*. Kyiv: Printing polygraphic center "Kyiv university", 2005 [in Russian].
2. Golovko K.G., Lugovoi P.Z. and Meish V.F. *Dynamics of inhomogeneous shells under non-stationary loads* (edition by academician of Academy of Sciences of Ukraine Guz' A.N.) Kyiv: Printing polygraphic center 'Kyiv university', 2005 [in Russian].
3. Lugovoi P.Z., Meish V.F. and Meish Yu.A. Solving the problem of dynamic behavior of stiffened cylindrical shells (structurally orthotropic model). *Problems: of computing mechanics and strength of constructions*. Collected articles. 2014, 23: 115—123 [in Russian].
4. Skosarenko Yu.V. The stress-strain state of a ribbed cylindrical shell interacting with an elastic foundation under short-term loads. *International Applied Mechanics*. 2015, 51(1): 92—101.
5. Amiro I.Ya., Zarutskii V.A. *Methods of shell calculation*. Vol. 2: *Theory of ribbed shells*. Kyiv: Naukova dumka, 1980 [in Russian].

6. Timoshenko S.P., Young D.H., Weaver W. *Vibration problems in engineering*. Moscow: Mashinostroenie, 1985 [in Russian].

*P.Z. Lugovoi*¹, *V.N. Sirenko*²,
*Yu.V. Skosarenko*¹, *T.Ya. Batutina*²

¹ S.P. Timoshenko Institute of Mechanics,
the NAS of Ukraine, Kyiv

² SE Design Office "Pivdenne",
Dnipropetrovsk

MATHEMATICAL MODELING
OF CYLINDRICAL ADAPTER
DYNAMICS UNDER LOCAL
PULSE LOADING

The methods and computing program to determine displacements and accelerations of points of the cylindrical shell middle surface -adapter, under the local short-term loads were developed. On the test example the influence of a local short-term load on the vibrations and deformation parameters was investigated. It was found that at the local and short-term loads the localization of the maximum displacements and accelerations was observed in the places of external forces application.

The developed methods can be used for preliminary calculations of vibrations and deformation parameters of structural elements in the form of smooth cylindrical shells subjected to strong local dynamic loads.

Keywords: cylindrical shell, adapter, the local impulse loading, distribution of accelerations.

*П.З. Луговой*¹, *В.Н. Сиренко*²,
*Ю.В. Скосаренко*¹, *Т.Я. Батутина*²

¹ Институт механики им. С.П. Тимошенко
Национальной академии наук Украины, Киев
² Государственное предприятие «КБ "Южное"»,
Днепропетровск

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ДИНАМИКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО
АДАПТЕРА ПРИ ДЕЙСТВИИ ЛОКАЛЬНОГО
ИМПУЛЬСНОГО НАГРУЖЕНИЯ

Разработана методика и вычислительная программа для определения перемещений и ускорений точек средней поверхности цилиндрической оболочки — адаптера — под действием локальных кратковременных нагрузок. На тестовом примере проведены исследования влияния локального кратковременного нагружения на параметры колебаний и деформирования оболочки. Показано, что при локальных и кратковременных нагрузках имеет место локализация максимальных перемещений и ускорений в местах приложения внешних сил. Разработанная методика может быть использована для предварительных расчетов колебаний и параметров деформирования элементов конструкций в виде гладких цилиндрических оболочек при действии локальных динамических нагрузок большой интенсивности.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, адаптер, локальное импульсное нагружение, распределение ускорений.

Стаття надійшла до редакції 30.11.15